Mécanique

Cinématique et dynamique

Exercice 1 - Brique sur un plan incliné

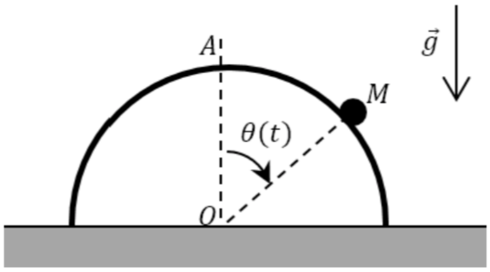
Forces de frottements, coordonnées cartésiennes
On considère une brique supposée ponctuelle de masse $m = 500$ g sur un support plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. On néglige les frottements fluides avec l'air.

1. Dans un premier temps, on néglige les frottements solides et on considère l'expérience où la brique est lancée le long du plan incliné, vers le haut avec une vitesse $v_0 = 1,5$ m.s^{-1}. Déterminer l'instant auquel la brique s'arrête et la distance qu'elle a parcourue. Redescend-elle ?
2. On prend en compte désormais les frottements solides, avec un coefficient de frottement dynamique $\mu_d = 0,2$. Déterminer l'instant auquel la brique s'arrête et la distance qu'elle a parcourue.
3. On continue avec les hypothèses de la question précédente, on donne en plus le coefficient de frottement statique $\mu_s = 0,2$. La brique a atteint son point culminant et s'arrête. Pour quel angle redescend-elle ?
4. Dans le cas où la brique redescend, établir les équations horaires du mouvement.

Exercice 2 - Enfant sur un igloo ⋆⋆

Coordonnées polaires, force de réaction du support

On considère un enfant de masse m qui vient d'escalader un igloo de rayon R. À $t = 0$, il se laisse glisser sans vitesse initiale.
On pourra modéliser l'enfant par un point M. On néglige à la fois les frottements solides sur la glace, mais aussi les frottements fluides de l'air. Le but est de trouver à quel moment l'enfant décolle de l'igloo.



1. Appliquer le PFD au point M.
2. Déterminer l'expression de la norme R_N de la réaction normale et de la vitesse $v = R\dot{\theta}$ du point M en fonction de θ.
3. Pour quelle valeur de θ le contact cesse-t-il ? Calculer la valeur numérique.

Energétique

Exercice 3 - Looping

Une petite masse m peut glisser sans frottement sur différents tremplins.

1. Sur le tremplin de la figure 1, de quelle hauteur h_{min} doit-on lâcher la masse sans vitesse initiale afin qu'elle puisse remonter la pente de hauteur h ?

On considère maintenant le tremplin de la figure 2. La hauteur de l'endroit A où est lâchée la masse sans vitesse initiale est notée h'. On souhaite déterminer la hauteur h'_{min} pour que la masse fasse un tour complet (looping) sur la boucle (cercle de rayon R).

2. Expliquer qualitativement pourquoi h'_{min} n'est pas égal à $2R$.
3. Evaluer la vitesse v_0 atteinte au point le plus bas du looping (qu'on pourra noter B). En repérant par l'angle θ la position de la masse lorsqu'elle est dans la boucle, évaluer la norme $v(\theta)$ de la vitesse atteinte au point M en fonction de R, v_0, g et θ.
4. Déterminer l'expression de $\overrightarrow{R_N}$ de la piste sur la masse en fonction de θ.
5. En déduire la hauteur h'_{min} où la masse doit être libérée afin de faire un looping (c'est-à-dire qu'elle ne tombe pas au sommet du cercle).

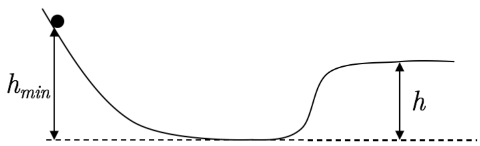


Figure 1

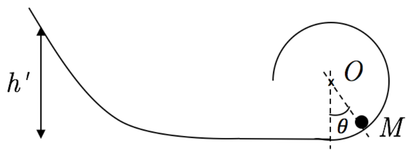


Figure 2

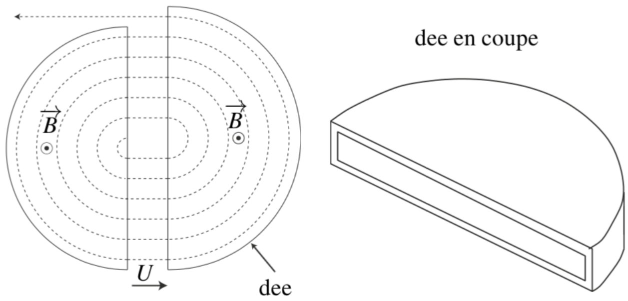
Exercice 4 - Résolution de problème - Téléski

Une nouvelle station de ski vient d'ouvrir et on fait appel à vos talents d'ingénieur pour dimensionner un remonte-pente de type téléski : quelle puissance le remonte-pente doit-il pouvoir fournir ?

Particules chargées dans un champ électromagnétique

Exercice 5 - Cyclotron

Un cyclotron est un accélérateur de particules constitué de deux demi-cylindres conducteurs creux horizontaux appelés « dees », séparés par un intervalle étroit.
Les deux « dees » plongent dans un champ magnétique uniforme vertical. Une tension électrique alternative est appliquée entre les deux « dees ».



Constitution d'un cyclotron

La valeur du champ magnétique dans les dees est $B = 0,1$ T. L'amplitude de la tension créneau générant le champ électrostatique entre les dees est $U_m = 2,5.10^3$ V.

1. Montrer que dans un dee, le mouvement est circulaire et uniforme.
2. Exprimer le temps mis pour parcourir un demi-tour dans un dee. Ce temps dépend-il de la vitesse du proton ?
3. En déduire la fréquence f de la tension à appliquer entre les dees pour que le champ accélère au mieux les protons (on considère que le temps de passage entre les deux dees est négligeable devant le temps passé dans chaque dee).
4. Exprimer puis calculer numériquement l'augmentation d'énergie cinétique à chaque accélération.
5. La vitesse d'injection du proton étant quasi nulle, on désire que sa vitesse atteigne 15.10^3 km.s^{-1}. Calculer le nombre de tours que doit faire le proton dans le cyclotron ainsi que le temps nécessaire à cette opération.
6. Quel est le rayon du dernier arc de cercle parcouru par les protons lorsqu'ils ont atteint cette vitesse ?

TMC

Exercice 6 - Chute d'un arbre

On assimile un arbre à une tige homogène de longueur L et de masse m. On le scie à sa base et l'arbre bascule en tournant autour de son point d'appui au sol.
On suppose que le point d'appui O reste fixe et que l'arbre ne glisse pas. On néglige les frottements de l'air. On repère la position de l'arbre par l'angle θ qu'il fait avec la verticale.
Le moment d'inertie de l'arbre par rapport à son extrémité est $J = mL^2/3$.

1. Etablir l'équation du mouvement de chute de l'arbre.
2. En notant θ_0 l'angle initiale, montrer que la vitesse angulaire de l'arbre s'écrit $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{3g}{L}(\cos(\theta_0) - \cos(\theta))}$
3. Déterminer le temps de chute de l'arbre, sachant que $\theta_0 = 5°$ et $\int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta - \cos\theta_0}} = 5,1$

Forces centrales

Exercice 7 - Gravity

Dans le film Gravity, des astronautes effectuent une mission de maintenance sur le télescope spatial Hubble lorsque leur navette est détruite. Leur seul espoir semble être de rejoindre la Station spatiale internationale, l'ISS. Le but de cet exercice est de définir dans quelles conditions ce voyage spatial est possible.
On suppose que le télescope Hubble et l'ISS sont en orbite circulaire basse autour de la terre, respectivement à 600 km et 400 km au-dessus de la Terre, dans le même plan. Le rayon de la terre est $R_T = 6400$ km ; $\mathcal{G}$ est la constante universelle de gravitation.

1. Exprimer la force de gravitation exercée par la Terre, de masse M_0, sur l'astronaute et son équipement, de masse m. Donner l'expression de l'énergie potentielle de gravitation.
2. En exprimant le principe fondamental de la dynamique pour un système en rotation uniforme, établir la troisième loi de Kepler. Exprimer l'énergie de l'astronaute sur son orbite, en fonction de $\mathcal{G}$, m, M_0 et r, rayon de l'orbite.
3. Déterminer numériquement la période T_S de l'ISS, sachant que la période du télescope vaut $T_H = 97$ min. En déduire numériquement la vitesse du télescope v_H, puis celle de la station spatiale v_S sur leur orbite respective.

Pour rejoindre la station spatiale, l'astronaute envisage une orbite de transfert elliptique, dont l'apogée de distance r_H par rapport au centre de la Terre est sur l'orbite du télescope, et le périgée de distance r_S par rapport au centre de la terre est sur l'orbite de l'ISS.

4. Représenter la trajectoire suivie par l'astronaute.
5. Exprimer l'énergie de l'astronaute sur cette trajectoire en fonction de $\mathcal{G}$, M_0, m, r_H et r_S.
6. Exprimer la vitesse de l'astronaute à l'apogée, en fonction de r_H, T_H et r_S. Par analogie, en déduire l'expression de la vitesse au périgée en fonction de r_S, T_S et r_H. Calculer les valeurs numériques.
7. Quelle est la durée de ce voyage ?

Exercice 8 - Paramètre d'impact

L'Agence Spatiale Européenne (ESA) vient de détecter un astéroïde de masse $m = 1,0.10^{18}$ kg, assimilé à un point M qui se dirige vers la Terre. Il possède une vitesse $v_0 = 10$ km/s dans le référentiel géocentrique supposé galiléen, avec un paramètre d'impact $b = 8,0.10^3$ km défini sur la figure.

1. Que peut-on dire du mouvement de l'astéroïde ?
2. Définir l'énergie potentielle effective $E_{p,eff}$ de l'astéroïde, puis tracer son allure en fonction de r, distance de l'astéroïde à la Terre.
3. Calculer l'énergie mécanique de l'astéroïde. S'agit-il d'un état lié ou de diffusion ?
4. Le météorite va-t-il s'écraser sur Terre ?